

15. SISTEMAS DE ECUACIONES.

- Siempre se empieza ordenando las ecuaciones, de modo que queden en la forma:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases},$$

o similar.

- Para los sistemas de dos ecuaciones y dos incógnitas se pueden aplicar los siguientes métodos:

– **Método de sustitución.**– Se despeja una de las dos incógnitas en uno de las dos ecuaciones, y se sustituye la expresión obtenida en la otra ecuación.

– **Método de igualación.**– Se despeja una misma incógnita de ambas ecuaciones y se igualan las expresiones obtenidas.

– **Método de reducción.**– Se multiplican ambas ecuaciones por el número adecuado, de forma que una de las incógnitas quede en ambas ecuaciones con el mismo coeficiente, pero de signo contrario. Después, se suman ambas ecuaciones, de modo que se elimina una de las incógnitas y se despeja la otra.

- Los sistemas de más de dos ecuaciones se pueden reducir a un sistema de dos ecuaciones aplicando el método de sustitución repetidamente.

- 1.** Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones. Utiliza al menos dos veces cada uno de los métodos (sustitución, igualación y reducción).

a) $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x - 8y = -5 \\ 3x + 2y = 31 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = -4 \\ x - y = -9 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 9x + 8y = 35 \\ 5x - 6y = 9 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 0'3x + 0'2y = 1 \\ 0'1x - 0'2y = -0'3 \end{cases}$

f) $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 4 \\ \frac{x}{3} + y = 1 \end{cases}$

g) $\begin{cases} \frac{x+1}{3} + \frac{y-1}{2} = 0 \\ \frac{x+2y}{3} - \frac{x+y+2}{4} = 0 \end{cases}$

h) $\begin{cases} \frac{x+y}{2} = x-1 \\ \frac{x-y}{2} = y+1 \end{cases}$

i) $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \end{cases}$

$$j) \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{7}{y} = \frac{17}{6} \\ -\frac{2}{x} + \frac{7}{y} = \frac{11}{6} \end{cases}$$

2. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$a) \begin{cases} x + z = 5 \\ x + y = 6 \\ y + z = 7 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} -\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{6} = 10 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 2 \\ -x + y + z = 0 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x - y + z = 1 \\ -x + y - z = -1 \\ x + y - z = 15 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x + y + z = 6 \\ -3y + 2z = 4 \\ -3x - 2y + 2z = -11 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} x + \frac{y}{2} = 1 \\ y + \frac{z}{3} = 1 \\ z + \frac{x}{4} = 1 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} \frac{3y-1}{4} = \frac{6z}{5} - \frac{x}{2} + \frac{9}{5} \\ \frac{5x}{4} + \frac{4z}{3} = y + \frac{5}{6} \\ \frac{3x+1}{7} - \frac{z}{14} + \frac{1}{6} = \frac{2z}{21} + \frac{y}{3} \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 0 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = 2 \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = -1 \end{cases}$$

- 3.** En una bolsa hay 16 monedas con un valor de 5'30 euros. Las monedas son de 20 y de 50 céntimos. ¿Cuántas monedas hay de cada clase?
- 4.** En una familia, el hijo mayor tiene tantas hermanas como hermanos, y la hija mayor tiene doble número de hermanos que de hermanas. ¿Cuántos hermanos y hermanas son?
- 5.** Un número está formado por dos cifras cuya suma es 15. Si se toma la cuarta parte del número y se le agregan 45 unidades, resulta el número invertido. ¿Cuál es ese número?
- 6.** Dos grifos han llenado un depósito de 31 m³ corriendo el uno 7 horas y el otro 2 horas. Después, llenan otro depósito de 27 m³ corriendo el uno 4 horas y el otro 3 horas. ¿Cuántos litros vierte por hora cada grifo?
- 7.** Halla una fracción cuyo valor no cambia cuando se le suma 15 al numerador y 18 al denominador, y que se triplica cuando se le suma 55 al numerador y 6 al denominador.
- 8.** Dos amigos hacen un gasto de 20'88 euros, y pagan dando todo el dinero que lleva el primero y los 2/5 de lo que lleva el segundo. También podrían pagar dando todo lo que lleva el segundo y la mitad de lo que lleva el primero. ¿Cuánto dinero lleva cada uno?

- 9.** Hace 5 años Carmen tenía el triple de edad que Estrella, y dentro de 5 años sólo tendrá el doble. ¿Cuál es la edad actual de cada una?
- 10.** La suma de las edades de tres personas es de 112 años. La mediana tiene 8 años más que la joven y la mayor tiene tantos como las otras dos juntas. ¿Qué edad tiene cada una?
- 11.** Un depósito está provisto de tres grifos. Funcionando el primero y el segundo, lo llenan en 1 hora y 10 minutos; funcionando el primero y el tercero, lo llenan en 1 hora y 24 minutos; y funcionando el segundo y el tercero, lo llenan en 2 horas y 20 minutos. ¿En cuánto tiempo lo llenará cada grifo funcionando solo?
- 12.** Un número está compuesto por tres cifras cuya suma es 20. Cuando se intercambia la cifra de las centenas con la de las decenas, el número aumenta en 270 unidades, y cuando se intercambia la cifra de las centenas con la de las unidades, el número disminuye en 99 unidades. ¿Cuál es el número?